

Elaborazione statistica dei risultati della prova di esonero di Matematica Finanziaria del 5 aprile 2005 per CLEA, CLEAI, CLEP

14 maggio 2005

Indice

1 Testi degli esercizi	1
2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione	2
3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino	5

1 Testi degli esercizi

1. Bobo si innamora follemente di Bubi e decide di regalarle una scatola di cioccolatini al latte alla fine di ciascun mese, per un anno. Una scatola di cioccolatini al latte costa 5€.

Bobo, trovandosi in ristrettezze economiche, pensa che potrebbe risparmiare comprandole tutte insieme all'inizio dell'anno in contanti, e contrattando con il rivenditore di cioccolatini ottiene uno sconto del 10% sul prezzo totale.

Bobo pensa però che potrebbe cercare di investire i suoi soldi, e con il montante dell'investimento comprare i cioccolatini ogni mese, magari anche guadagnandoci un pochino! Si informa su varie tipologie d'investimento, e decide di investire i soldi che avrebbe speso ora per i cioccolatini in un fondo che gli garantisce un tasso dell'1.6% mensile.

“In fondo” -pensa Bobo- “1.6% mensile, ovvero 19.2% annuale, è meglio di un misero 10%, e per di più me li danno mensilmente, così posso usarli subito per comprare i cioccolatini!”

Discutere la scelta di Bobo.

2. Un anno è passato. Memore della scelta fatta l'anno precedente, Bobo decide per quest'anno di comprare in anticipo i cioccolatini, usufruendo dello sconto.

Alla fine dell'anno Bobo riceve da Bubi una richiesta di rimborso spese ospedaliere di 3000€, in quanto l'ultima scatola di cioccolatini era

scaduta da 6 mesi e aveva causato a Bubi un'intossicazione alimentare!

Bobo non ha tutti questi soldi, e decide di procurarseli con un finanziamento della durata di 5 anni, rimborsabile con annualità costanti e remunerato con rate annue posticipate al tasso del 10%.

Scrivere il piano di ammortamento del prestito.

3. Uscita dall'ospedale, Bubi decide di sposarsi con un infermiere. Bobo viene invitato al matrimonio, e decide di comprarle un televisore come regalo di nozze. Trova un bellissimo televisore che costa 1000€, ma Bobo è oramai diventato molto povero e deve cercare un finanziamento per procurarsi questa cifra.

Bobo trova due offerte praticamente equivalenti. La prima offerta prevede di ripagare i 1000€ tramite 12 rate mensili posticipate da 100€. La seconda offerta prevede di ripagare i 1000€ tramite 6 rate mensili posticipate da 190€.

Bobo sceglie ovviamente la seconda offerta, perchè così spende di meno!

Discutere la scelta di Bobo *valutando i tassi interni* delle due differenti proposte di finanziamento.

4. Quanto dobbiamo investire oggi per essere sicuri di avere 500€ tra un anno, in regime esponenziale con tasso mensile del 3%?
5. Calcolare (al meglio di due cifre decimali) il TAN e il TAEG di un finanziamento di 1000€ in 5 rate annuali da 200€, supponendo le spese accessorie pari a 30€ per l'apertura del finanziamento e il 10% di diritti di riscossione su ogni rata.
6. Calcolare il montante tra 6 mesi di 100€, sapendo che il tasso istantaneo di interesse $\delta(t)$ è dato da

$$\delta = \begin{cases} 0.10 & \text{il primo mese} \\ 0.20 & \text{il restante periodo} \end{cases}$$

7. Calcolare la forza di interesse della legge finanziaria $r(x, y) = e^{y^2 - xy}$, e dire se $r(x, y)$ è scindibile.

2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione

Ciascun candidato ha avuto da svolgere gli esercizi 1, 2, 3 insieme ad altri tre scelti casualmente tra 4, 5, 6, 7. I compiti consegnati sono stati 111. Per ciascun candidato ho annotato l'esercizio mancante e ho valutato con un numero

$$v(i, j) \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$$

lo svolgimento relativo al candidato i dell'esercizio j (0 = non svolto, 1 = svolto al meglio).

Questo ha portato agli istogrammi di frequenze relative allo svolgimento di ciascun esercizio (vedi pagina 3 e seguenti), dai quali si evince che l'esercizio più difficile è risultato il primo, mentre il piano d'ammortamento è risultato il più facile.

A ciascun esercizio risulta dunque assegnato un peso grezzo, pari all'inverso del suo valor medio:

$$\text{peso grezzo esercizio}(j) = 1/\text{valor medio}(j)$$

Poiché gli esercizi dal 4 al 7 sono stati assegnati casualmente, essi devono pesare tutti allo stesso modo. Poniamo allora:

$$\text{peso esercizio}(1, 2, 3) = \text{peso grezzo esercizio}(1, 2, 3)$$

e

$$\text{peso esercizio}(4, 5, 6, 7) = \sum_{j=4}^7 (\text{peso grezzo esercizio}(j))/4$$

Utilizzando questi pesi, si ottiene per il candidato i -esimo un voto non normalizzato:

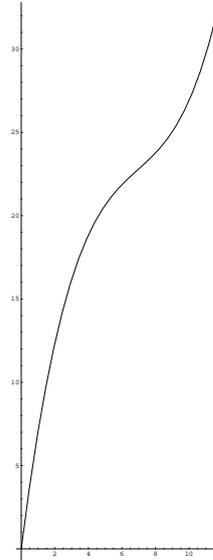
$$\text{voto grezzo}(i) = \sum_{j=1, \dots, 7} v(i, j) \text{peso esercizio}(j)$$

Il valor medio di questi voti è $v = 6.13627$, e i candidati che ottengono un voto grezzo in $[v - v/10, v + v/10]$ sono 17. Un'analisi di questi 17 svolgimenti permette di assegnare al voto grezzo v il valore normalizzato 22 (pensato in trentesimi):

$$\text{voto grezzo}(i) = v \iff \text{voto normalizzato}(i) = 22.$$

Il voto normalizzato viene dunque ad essere una funzione η del voto grezzo che deve soddisfare i seguenti vincoli:

Figura 1: Grafico della funzione η , che trasforma voti grezzi in voti normalizzati.



1. un compito non svolto deve essere valutato 0 sia prima che dopo la normalizzazione, dunque $\eta(0) = 0$;
2. uno svolgimento medio (cioè voto grezzo= v) deve corrispondere a 22 (analisi dei 17 compiti): dunque $\eta(v) = 22$;

Queste condizioni non determinano univocamente una funzione η , pertanto decidiamo di porre i seguenti altri vincoli considerati plausibili:

1. in considerazione del fatto che ci sono alcuni svolgimenti completi veramente soddisfacenti, poniamo $\eta(\text{voto grezzo max}) = 32$;
2. un andamento cubico con tangente unitaria in $(6, \eta(6))$ ben descrive la relazione voti grezzi \leftrightarrow voti normalizzati;

La condizione 2 ci permette di scrivere

$$\eta(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

e le condizioni

$$\begin{aligned} \eta(0) &= 0 & \eta(v) &= 22 \\ \eta(\text{voto grezzo max}) &= 32 & \eta'(v) &= 1 \end{aligned}$$

determinano

$$\eta(x) = 0.0491907x^3 - 1.025x^2 + 8.0227x,$$

il cui grafico è dato in figura 1 (incidentalmente, dal grafico vediamo che la soglia di voto grezzo richiesta per passare l'esonero è circa 3).

L'istogramma finale dei voti normalizzati è dato in figura 2, mentre il dettaglio dei voti normalizzati comincia a pagina 5 (in rosso le insufficienze).

Figura 2: Istogramma dei voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino. Le altezze sono $\{3, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 3, 1, 0, 1, 0, 3, 3, 4, 2, 4, 10, 2, 4, 7, 16, 17, 1, 4, 5, 1, 0, 7, 2, 0, 9\}$.

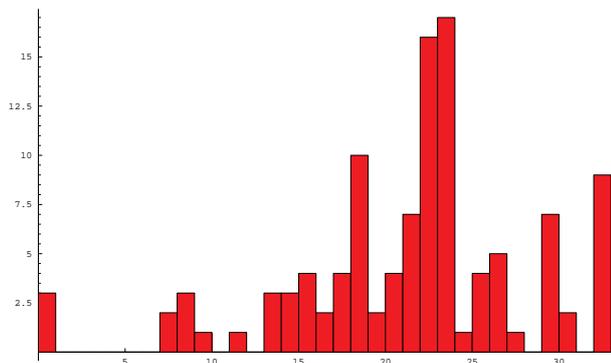


Figura 4: esercizio 2, assegnato a 111 candidati. Altezze istogramma= $\{7, 0, 1, 0, 0, 4, 0, 1, 2, 0, 96\}$. Valor medio= 0.905405 .

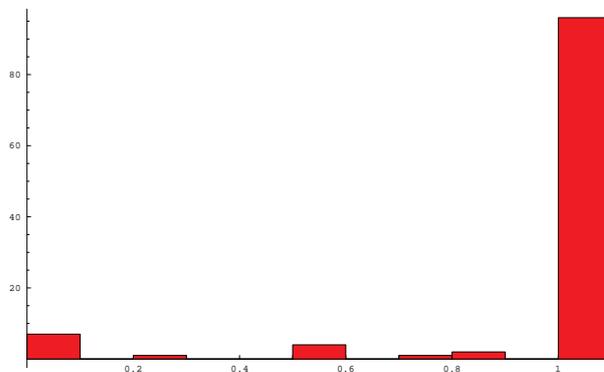


Figura 3: esercizio 1, assegnato a 111 candidati. Altezze istogramma= $\{73, 0, 3, 5, 0, 4, 1, 3, 3, 0, 19\}$. Valor medio= 0.254054 .

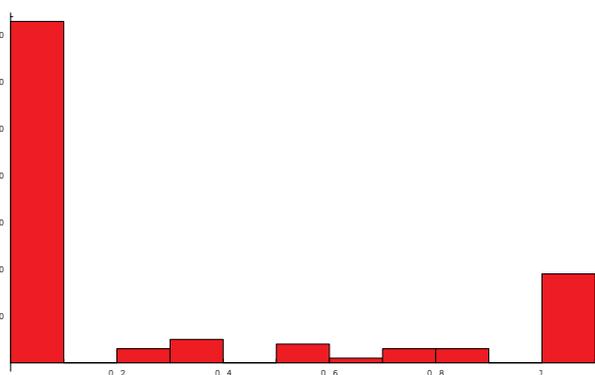


Figura 5: esercizio 3, assegnato a 111 candidati. Altezze istogramma= $\{34, 3, 1, 6, 1, 8, 1, 12, 5, 0, 40\}$. Valor medio= 0.537838 .

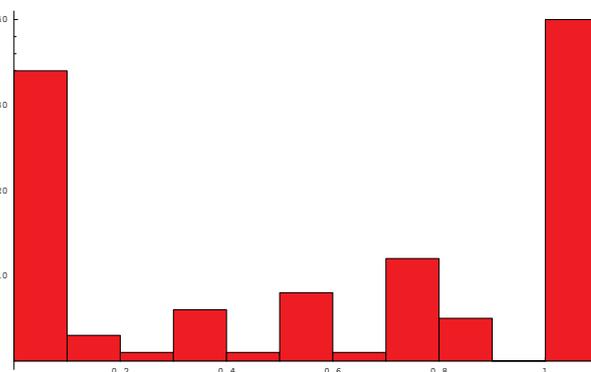


Figura 6: esercizio 4, assegnato a 88 candidati. Altezza istogramma= $\{11, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 75\}$. Valor medio=0.857955.

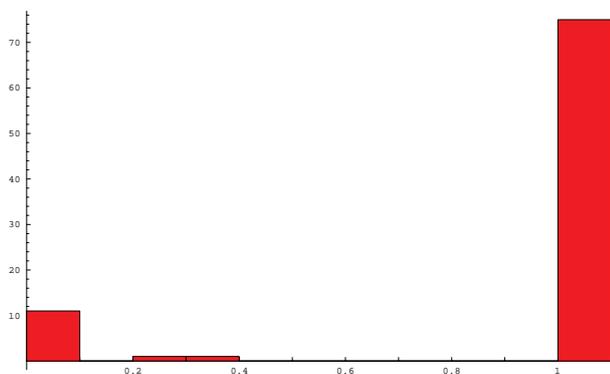


Figura 8: esercizio 6, assegnato a 85 candidati. Altezza istogramma= $\{19, 0, 0, 4, 0, 2, 0, 14, 0, 0, 46\}$. Valor medio=0.682353.

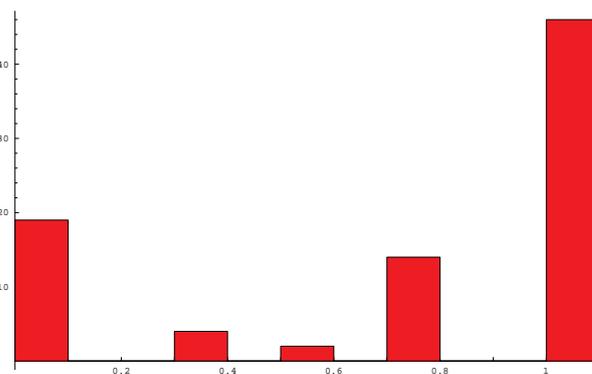


Figura 7: esercizio 5, assegnato a 79 candidati. Altezza istogramma= $\{21, 1, 0, 3, 0, 12, 0, 6, 1, 4, 31\}$. Valor medio=0.589873.

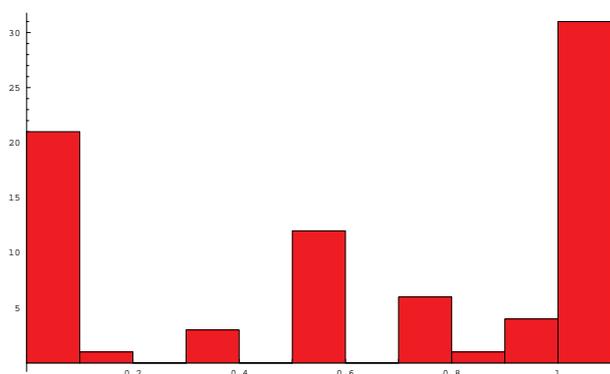
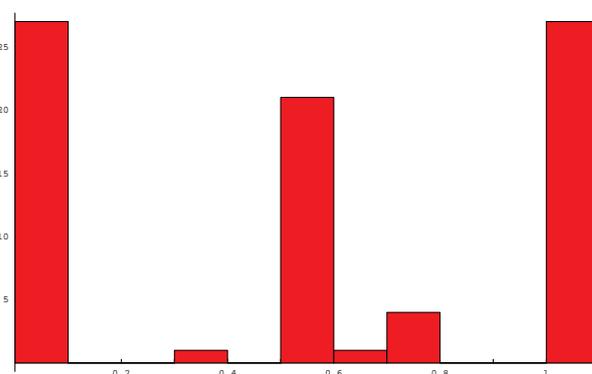


Figura 9: esercizio 7, assegnato a 81 candidati. Altezza istogramma= $\{27, 0, 0, 1, 0, 21, 1, 4, 0, 0, 27\}$. Valor medio=0.508642.



3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino

Candidato	Voto in trentesimi	Voti grezzi assegnati ai singoli esercizi					
Lucia Antonucci	17	0	1.10448	0	1.57309	0.471928	0
Maria Grazia Bernardini	22	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0
Pierluigi Borgogna	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Graziana Brescia	20	0	1.10448	0.557789	1.57309	0.786547	0.786547
Filippo Cafaro	25	1.18085	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Patrizia Cardinale	20	0	1.10448	0	1.57309	1.10117	0.786547
Federica Ciabarra	23	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.41579	1.57309
Piera Ciavolini	18	0	1.10448	0	1.57309	0.786547	0
Paola Ciuffini	8	0	1.10448	0	0	0	0
Annarita Colasante	29	3.14894	1.10448	1.8593	1.41579	1.57309	1.57309
Roberto Corliano'	21	0	1.10448	0	1.57309	0.786547	1.57309
Antonio Corrado	22	0	1.10448	0.557789	1.57309	1.57309	1.57309
Carmen Cristiano	21	1.18085	1.10448	0	1.57309	0	1.57309
Antonio D'Acunti	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Barbara D'Agostino	23	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0.786547
Alessio D'Aloisio	18	0	1.10448	1.11558	1.57309	0	0
Sabrina D'Andrea	24	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Marco D'Andreamatteo	14	0	0.552239	0.557789	0.786547	0.471928	0
Giuseppe D'Aquino	13	0	1.10448	0.18593	0.786547	0	0
Chiara D'Aviero	0	0	0	0	0	0	0
Ada D'Eramo	22	0	1.10448	1.48744	1.57309	0.786547	1.10117
Alessandra D'Errico	20	0	1.10448	0	1.57309	1.10117	0.786547
Daniela De Angelis	14	0	1.10448	0	1.57309	0	0
Francesco De Giorgis	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Annalisa De Nittis	22	0	1.10448	0.557789	1.57309	1.57309	0.943857
Valentina De Ortensis	0	0	0	0	0	0	0
Marta De Sanctis	24	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Paolo Del Sordo	23	1.18085	1.10448	1.8593	0	1.57309	1.57309
Andrea Di Benedetto	21	0	1.10448	0.929648	1.57309	1.57309	0
Daniele Di Benigno	14	0	1.10448	0	0.314619	1.10117	0
Alessandro Di Biase	24	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Daniela Di Camillo	29	3.93617	1.10448	1.30151	1.57309	1.25848	1.57309
Leonardo Davide Di Carlo	25	2.75532	1.10448	1.8593	1.57309	1.10117	0.786547
Lucia Di Carlo	26	3.14894	1.10448	1.30151	1.57309	1.57309	1.10117
Nicola Di Censo	18	0	1.10448	0	1.57309	0	0.786547
Davide Di Fulvio	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.10117	1.10117	1.57309
Luigi Di Marco	23	1.18085	1.10448	1.30151	1.57309	1.57309	0.786547
Gianpietro Di Marino	19	0	1.10448	0	0	1.57309	1.10117
Jessica Di Martino	23	0	1.10448	1.48744	1.57309	1.57309	0.786547
Alfredo Di Marzio	24	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	0	0
Manuela Di Paolo	10	0	0	0.557789	0	0	0.786547
Patrizia Di Risio	30	3.93617	1.10448	1.30151	1.57309	1.57309	1.57309
Giuliano Di Rosario	22	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0
Federica Di Vincenzo	0	0	0	0	0	0	0
Emiliano Diodati	26	2.3617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.10117
Emiljana Estrefi	22	0	1.10448	1.48744	1.57309	1.57309	0
Daniele Fabiano	13	0	0	0	1.57309	0	0.471928
Daniele Febbo	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Rafael Fidanza	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Alessandra Finocchio	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0.786547
Mirco Foglietta	22	0	1.10448	0.18593	1.57309	1.57309	1.57309
Rosa Forli	7	0	0.552239	0.371859	0	0	0
Elisabetta Maria Franchino	17	0	1.10448	0	1.57309	0	1.10117
Maruska Gentile	22	0	1.10448	1.8593	1.57309	0.786547	0.786547
Nicoletta Giancristofaro	18	0	1.10448	0	1.57309	0.157309	0.786547

Candidato	Voto in trentesimi	Voti grezzi assegnati ai singoli esercizi					
Manuela Gurini	27	2.75532	1.10448	1.8593	1.57309	1.10117	1.57309
Giancarlo Iodisco	23	0	1.10448	0.929648	1.57309	1.57309	1.57309
Francesco La Rovere	22	0	1.10448	0.929648	1.57309	1.57309	1.10117
Rossella Lauriola	13	0	0.220896	0	0	0	1.57309
Fausto Lizzi	26	2.75532	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0.786547
Giuseppe Lopomo	24	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Alessio Mammarella	16	0	1.10448	0	1.57309	0.786547	0
Andrea Mancino	29	3.93617	1.10448	0.929648	1.57309	1.57309	1.57309
Luca Manes	18	0	1.10448	0	1.57309	0	0.786547
Italia Manfredi	14	0	0.883582	0	1.57309	0	0
Sara Mangifesta	22	0	1.10448	0.929648	1.57309	1.41579	1.10117
Antonella Mansueto	14	0	1.10448	0	1.57309	0	0
Alessandra Manzitti	25	3.93617	0.883582	0.743719	1.57309	0.471928	1.57309
Massimo Marcolongo	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Simona Marfisi	13	0	1.10448	0	0	0	1.10117
Pasquale Masciotra	15	0	1.10448	0	0	0	1.57309
Valentino Massaro	21	0	1.10448	1.30151	1.57309	1.10117	0
Roberto Morelli	24	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Francesca Mundo	23	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0.786547
Bruno Olivieri	18	0	1.10448	0	1.57309	0	0.786547
Antonella Ottaviano	22	0	1.10448	1.30151	1.57309	0.786547	1.57309
Giampiero Pagliarone	15	0.787234	0	0.557789	1.57309	0	0
Giuseppe Palazzese	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Sara Palmitesta	20	0	1.10448	0	0.786547	1.57309	0.786547
Pietroenrico Pannunzi	26	1.96809	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Maria Patuto	14	0	1.10448	0	1.57309	0	0
Antonio Pellegrino	18	0	1.10448	1.30151	0	1.10117	0
Simona Pellettieri	29	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	0.786547	1.57309
Maria Pennella	22	1.96809	1.10448	0.929648	0.471928	1.10117	0.786547
Giuseppe Pepe	21	0	1.10448	1.30151	1.57309	0	1.57309
Danilo Perrucci	30	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.10117
Giulia Polci	26	1.96809	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Italo Presenza	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Giovanni Prezioso	19	0	1.10448	0	1.41579	1.57309	0
Gabriella Rapino	21	0	1.10448	1.8593	1.57309	0.471928	0
Annalisa Renegaldo	16	0	1.10448	0.18593	0	1.57309	0
Fabio Renzetti	21	1.18085	0.773134	1.30151	1.57309	0	0
Antonella Ricchiuti	8	0	1.10448	0	0	0	0
Danielle Robustella	21	0	1.10448	0	0.786547	1.57309	1.57309
Cinzia Romano	32	3.93617	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Francesco Romondia	17	0	1.10448	1.30151	0.786547	0	0
Maddalena Salcuni	7	0	0	0	0.471928	0	0.471928
Antonella Lavinia Salvi	23	0	1.10448	1.30151	1.57309	1.57309	1.57309
Giuseppe Sammarco	23	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Antonio Sangiuliano	23	3.93617	1.10448	0	0	1.57309	1.10117
Luciano Savini	29	3.14894	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Roberto Sergiolare	22	0.787234	1.10448	0.929648	0.786547	1.57309	1.10117
Giovanni Schiavone	17	0	1.10448	0.929648	0	1.10117	0
Mirko Tano	23	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Roberto Terrenzio	25	1.96809	1.10448	1.48744	1.57309	1.10117	1.57309
Silvia Terribile	23	0	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	1.57309
Arturiano Toscano	8	0	1.10448	0	0	0	0
? Trullo	22	0	0.552239	1.48744	1.57309	1.57309	1.10117
Floriana Urbano	17	0	0.552239	0	1.57309	0.471928	0.786547
Diego Valentinetti	22	0	1.10448	1.30151	1.57309	1.57309	0.786547
Tania Zincani	23	0.787234	1.10448	1.8593	1.57309	1.57309	0.786547